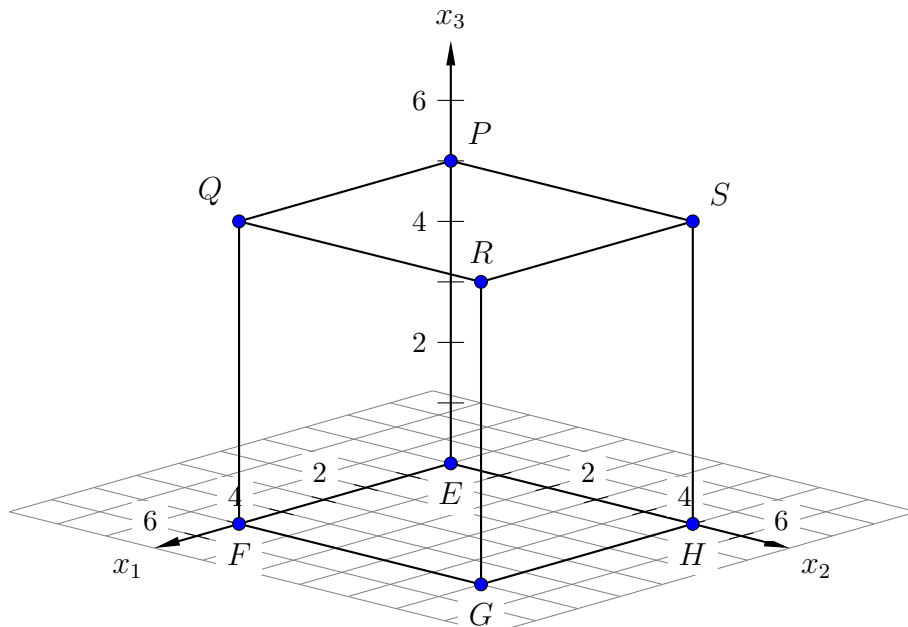


Analytische Geometrie : Würfel

1 Würfel - Aufgaben

Die Abbildung zeigt den Würfel $EFGHPQRS$ mit $E(0|0|0)$ und $R(5|5|5)$ in einem kartesischen Koordinatensystem. Die Ebenen T schneidet die Kanten des Würfels unter anderem in den Punkten $A(5|0|1)$, $B(2|5|0)$, $C(0|5|2)$ und $D(1|0|5)$.



1. Punkte und Viereck

(a) Geben Sie die Koordinaten der Punkte G und S an.

(2 P)

(b) Zeichnen Sie das Viereck $ABCD$ in die Abbildung ein.

Hinweis: In der Abbildung ist in x_3 -Richtung eine Einheit 8 mm lang.

(2 P)

(c) Zeigen Sie, dass das Viereck $ABCD$ ein Trapez ist, bei dem zwei gegenüberliegende Seiten gleich lang sind.

(3 P)

(d) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Vierecks $ABCD$.

(4 P)

Lösung

Hinweis:

Mit gleichzeitigem Drücken von **Strg** und **Lösung** bzw. **Ctrl** und **Lösung** wird die Lösung in einem neuen Tab angezeigt.

2. Ebene T

- (a) Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene
- T
- in Koordinatenform.

$$[\text{zur Kontrolle: } T : 5x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 30 = 0]$$

(4 P)

- (b) Die Ebene
- T
- schneidet die Kante
- \overline{PS}
- des Würfels im Punkt
- Z
- .
-
- Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes
- Z
- .

(4 P)

Lösung

3. Spiegelebene T' Die Ebene T' wird durch die Gleichung

$$-5x_1 + 4x_2 + 5x_3 - 5 = 0$$

beschrieben.

- (a) Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem sich
- T
- und
- T'
- schneiden.

(3 P)

- (b) Es gibt eine reelle Zahl
- a
- , so dass die Ebene
- T'
- aus der Ebene
- T
- durch Spiegelung an der Ebene mit der Gleichung

$$x_1 = a$$

hervorgeht. Bestimmen Sie diese Zahl a .

(4 P)

Betrachte wird die Schar der Geraden

$$g_b : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 0 \\ 3.5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -10b \\ \frac{2}{b} \end{pmatrix} \text{ mit } b \in \mathbb{R}^+ \text{ und } r \in \mathbb{R}.$$

- (c) Begründen Sie, dass keine Gerade der Schar in der Ebene mit der Gleichung

$$x_3 = 3.5$$

liegt.

(2 P)

- (d) Untersuchen Sie, ob die Schnittgerade von
- T
- und
- T'
- zur betrachteten Schar gehört.

(4 P)

Lösung

4. Kugel und Pyramide

- (a) Bestimmen Sie die Gleichung einer Kugel mit dem Radius $\sqrt{\frac{33}{2}}$, auf deren Oberfläche die Punkte P , Q , R und S liegen.

(4 P)

- (b) Die Spitze einer Pyramide mit der Grundfläche $ABCD$ liegt auf der Strecke \overline{QR} . Untersuchen Sie, ob die Höhe dieser Pyramide 2 sein kann.

(4 P)

Lösung